Exercices : Exercices du livre MathsRepère :

1. **Exercice** 69 **page** 290
   - $\cos(2n\pi) = \cos(0) = 1$
   - $\sin(2n\pi) = \sin(0) = 0$
   - $\cos((2n+1)\pi) = \cos(2n\pi + \pi) = \cos(\pi) = -1$
   - $\sin((2n+1)\pi) = \sin(2n\pi + \pi) = \sin(\pi) = 0$
   - $\cos(n\pi)$: Si n est pair alors $\cos(n\pi) = 1$ et si n est impair alors $\cos(n\pi) = -1$ donc $\cos(n\pi) = (-1)^n$
   - $\sin(n\pi) = 0$
   - $\cos\left(-\frac{\pi}{2} + (2n+1)\pi\right) = \cos\left(-\frac{\pi}{2} + 2n\pi + \pi\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$
   - $\sin\left(-\frac{\pi}{2} + (2n+1)\pi\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{2} + 2n\pi + \pi\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

   Dans la suite de l'exercice il y avait une erreur d'énoncé dans mon livre :
   - $\cos\left(\frac{(4n+1)\pi}{2}\right) = \cos\left(2n\pi + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$
   - $\sin\left(\frac{(4n+1)\pi}{2}\right) = \sin\left(2n\pi + \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$
   - $\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$:

     Si n est pair alors il existe k entier tel que $n = 2k$ donc $\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) = \cos(k\pi) = (-1)^k$

     Si n est impair alors il existe k entier tel que $n = 2k+1$ donc $\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) = \cos\left(k\pi + \frac{\pi}{2}\right) = 0$
   - $\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)$:

     Si n est pair alors il existe k entier tel que $n = 2k$ donc $\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) = \sin(k\pi) = 0$

     Si n est impair alors il existe k entier tel que $n = 2k+1$ donc $\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) = \sin\left(k\pi + \frac{\pi}{2}\right) = (-1)^k$
2. Exercice 72 page 290
   - $\cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right) = \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$
   - $\sin(x + 100\pi) = \sin x$
   - $\cos\left(\frac{2011\pi}{2} - x\right) = \cos\left(1006\pi - \frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(-\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$
   - $\sin(x - 78\pi) = \sin x$
3. **Exercice** 75 **page 290**
   - $\cos\left(\frac{8\pi}{3}\right) = \cos\left(2\pi + \frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$
   - $\sin\left(-\frac{18\pi}{4}\right) = \sin\left(-4\pi - \frac{\pi}{2}\right) = -1$
   - $\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = \cos\left(-\pi + \frac{\pi}{6}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
   - $\sin\left(-\frac{35\pi}{4}\right) = \sin\left(-8\pi - \frac{3\pi}{4}\right) = \sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
4. **Exercice** 81 **page 291**

   (a) $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

   $\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \iff \cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \left(\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}\right)^2 = \frac{16 - (2 + 6 - 2\sqrt{12})}{16}$

   donc

   $\cos^2 x = \frac{8 + 2\sqrt{12}}{16} = \frac{6 + 2\sqrt{12} + 2}{16} = \frac{(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2}{16}$ donc $\cos x = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ ou $\cos x = -\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

   Or $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ donc $\cos x \geq 0$ donc $\cos x = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

   (b) Comme $\sin x < 0$ alors $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$

   En tapant à la calculatrice $\boxed{\text{2nde}}$ $\boxed{\cos}$ $\boxed{\left(\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\right)}$ $\boxed{\div}$ $\boxed{\pi}$ $\boxed{\text{Maths}}$ $\boxed{1}$ on obtient $\frac{1}{12}$ donc $x = -\frac{\pi}{12}$
5. **Exercice** 83 **page 291**

   (a) D'après l'exercice précédent : $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \cos\left(-\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

   (b) Valeur exacte de :
   - $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{12}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$
   - $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{12}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$
   - $\cos\left(\frac{11\pi}{12}\right) = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{12}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = -\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$